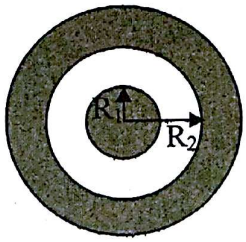
Université Mohammed V **Année universitaire 2016-2017**
Faculté des sciences **SMIA :S2**
Département de physique

Série n°4 : électrostatique

I. Un câble coaxial est formé par un conducteur cylindrique central de rayon R_1 ; une couche isolante de rayon extérieur R_2 de constante diélectrique ϵ et d'un conducteur périphérique équivalent à une couche d'épaisseur a.

1) L'ensemble forme un condensateur cylindrique chargé puis isolé. Calculer le champ E dans l'isolant à la distance x de l'axe en fonction de la d.d.p V entre les conducteurs.



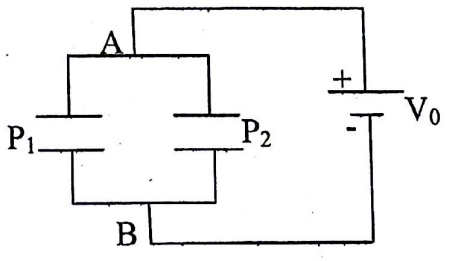
Pour quelle valeur de x ce champ est-il maximal. Trouver la valeur de ce maximum.

2) L'isolant supporte au maximum un champ $E_m = 72.10^4$ V/m. On impose R_2=10mm. Calculer R_1 pour que V puisse être aussi élevé que possible ; calculer ce maximum V_m.
3) Calculer alors la capacité C du câble par Km ; on donne ϵ=7,2.

II. Un condensateur plan est utilisé pour créer un champ uniforme E entre deux plateaux A et B distants de e et portés à des potentiels V_A et V_B. Trouver l'expression du potentiel V_P en un point P situé entre A et B à une distance x du plateau A.

III. Une sphère conductrice S_1, de rayon R_1 et de centre O_1 porte une charge négative Q_1.
1) Calculer, en fonction de la densité de charge surfacique, son potentiel électrostatique ainsi que le champ électrostatique très près de sa surface. □
2) En déduire la capacité d'un conducteur sphérique de rayon *a*.
3) On considère une seconde sphère conductrice S_2 neutre, de rayon R_2 et de centre O_2, que l'on place à une distance de S_1 telle que l'on puisse négliger les phénomènes d'influence. On relie les deux sphères par un fil conducteur de capacité négligeable.
a) Calculer les charges Q'_1 et Q'_2 des deux sphères lorsque l'équilibre est atteint.
b) Donner en fonction de R_1 et R_2 le rapport des densités surfaciques des charges existant sur S_1 et S_2. Conclure.

IV. Deux condensateurs plans, P_1 et P_2 ont des armatures de même surface *S* et sont remplis d'air. P_1 a une épaisseur *d* et P_2 une épaisseur $\frac{d}{2}$. Ils sont branchés en parallèle et reliés à une source de tension qui maintient une ddp V_0 à leurs bornes *A* et *B*.
1) Trouver l'expression des capacités C_1 et C_2 de ces condensateurs. Calculer la charge et l'énergie emmagasinée par P_1 et P_2.



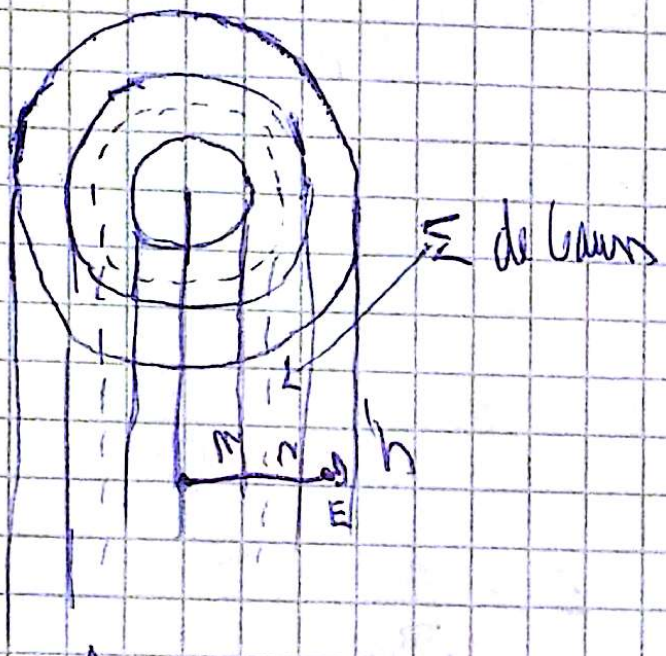
Scanned by CamScanner

2) P_1 et P_2 étant toujours en parallèle, on les isole de la source de tension V_0.
Une armature de P_2 est mobile et on l'écarte parallèlement à sa position initiale jusqu'à ce que la distance entre les deux armatures soit égale à d.
Calculer la capacité, la charge, la ddp, et l'énergie emmagasinée par P_1 et P_2 lors de cette opération.

Scanned by CamScanner

Série 4 :

I



Symétrie cylindrique

E radial $E = E(r)$

Th. G :

$$\oiint_{S.G} \vec{E}\,\vec{ds} = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\iint \vec{E}\cdot\vec{ds} = E\,2\pi h r$$

$$E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 h r}$$

la circulation de E entre R_1 et R_2

$$\int_{V_1}^{V_2} dV = -\int_{R_1}^{R_2} E\,dr$$

$$V_A = V_1 - V_2 = \frac{\varphi}{4\pi\varepsilon_0 h} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$C = \frac{\varphi}{U} = 2\pi\varepsilon_0 h / \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{\varphi}{2\pi\varepsilon_0 h} = \frac{U}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

$$E = \frac{U}{R \ln \frac{R_2}{R_1}}$$

E maximal, R, R_{min}.

$$R_{min} = R_1$$

$$E_{max} = \frac{U}{R_1 \ln \frac{R_2}{R_1}}$$

$R_2 = 10\,mm$ $E_{max} = 72 \times 10^6\ V/m$.

$$U = E_m R_1 \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{dU}{dR_1} = E_m \left[\ln \frac{R_2}{R_1} - \frac{R_1}{R_1} \right]$$

$$\Rightarrow \ln \frac{R_2}{R_1} = 1 \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = e \Rightarrow R_1 = \frac{R_2}{e}$$

$R_1 = 3,68\,mm$

$U_m = E_m R_1 = 2650\,V$.

$C' = \varepsilon C_0$.

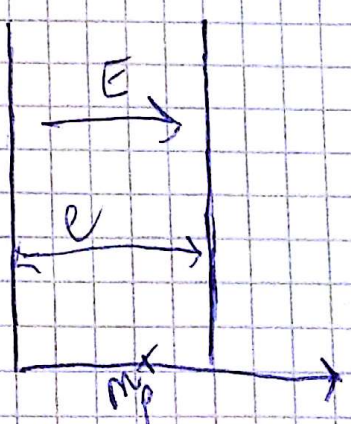
$= \varepsilon 2\pi\varepsilon_0 h / \ln \frac{R_2}{R_1} = 1$.

$C' = \varepsilon 2\pi\varepsilon_0 h$.

$h = 1\,Km \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9$

$C' = 4 \cdot 10^{-7}$ Farads.

III. A B



Scanned by CamScanner

- $V_A - V_P = \int_0^x E\,dx = E \cdot x$.

$V_A > V_B$.

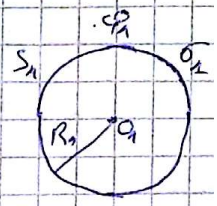
$V_A - V_B = \int_0^e E\,dx = Ee$

$E = \frac{V_A - V_B}{e}$

$V_P = V_A + \frac{V_B - V_A}{e} x$.

III -

1) $V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_1}{R_1}$



$Q_1 = \sigma 4\pi R_1^2$

$V_1 = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0} R_1 = V(O_1)$.

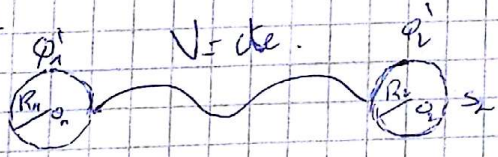
$\vec{E} = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0} \frac{R_1^2}{r^2} \vec{e}_r$ (Th. G application dans le cas $r > R_1$)

très près de la surface S_1. $r \simeq R_1$.

$\vec{E}(M) = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0} \vec{e}_r$. champ au voisinage d'un conducteur en équilibre (Th de coulomb)

2) $C = \frac{Q}{V} \Rightarrow C_1 = \frac{Q_1}{V_1} = 4\pi\varepsilon_0 R_1$.

3)



pas d'influence, S_1 et S_2 reliées

S_2 neutre $\Rightarrow$ même potentiel et la charge Q_1 va être répartie sur S_1 et S_2.

a) $Q_1 = Q_1' + Q_2'$

$V(O_1) = V(O_2)$.

$\begin{cases} Q_1 = Q_1' + Q_2' \\ \frac{Q_1'}{R_1} = \frac{Q_2'}{R_2} \end{cases}$

d'où

$\begin{cases} Q_1' = \frac{R_1}{R_2 + R_1} Q_1 \\ Q_2' = \frac{R_2}{R_2 + R_1} Q_1 \end{cases}$

Scanned by CamScanner

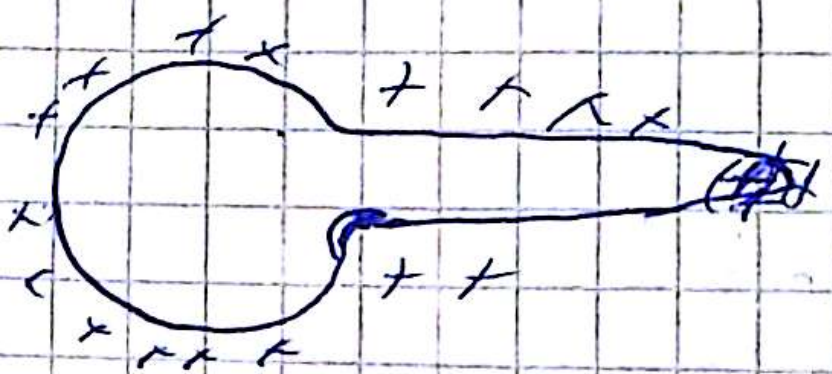
b) $\begin{cases} \gamma_1' = \dfrac{\Phi_1'}{S_1} = \dfrac{\Phi_1}{R_1+R_2} \dfrac{1}{4\pi R_1} \\ \gamma_2' = \dfrac{\Phi_2'}{S_2} = \dfrac{\Phi_1}{R_1+R_2} \dfrac{1}{4\pi R_2} \end{cases}$

$$\frac{\gamma_1'}{\gamma_2'} = \frac{R_2}{R_1}$$

Conclusion :

Si $R_1 \gg R_2$ alors $\gamma_1' \ll \gamma_2'$

c'est le "pouvoir des pointes"



Scanned by CamScanner